**参考資料**

**競合比**

**・オンライン問題の例**

**レンタルスキー問題**

スキー板のレンタル料　3，000円　スキー板の値段　30，000円　とする。

**・スキーに１回しか行かなかった場合**

*スキー板を買った*

30,000円

*レンタルで済ませた*

3,000円

損失　27,000円

**・スキーに１００回行った場合**

*スキー板を買った*

30,000円

*レンタルで済ませた*

3,000×100＝300,000円

損失　270,000円

損失額は違うが，倍率で言うとどちらも10倍の損をしている．

この１０倍という倍率をもっと減らせないか？

**一つのアイデアとして，５回はまずレンタルで試して、６回目にスキー板を購入した場合**

この場合の出費は

レンタル料　　　　　　　　　　　スキー板　　　　　　出費

3,000（円）　×　　5（回）　+　　30,000（円）　＝　45,000（円）

この後，合計１００回スキーに行った場合を想定すると

300,000（円）　÷　45,000（円）　≒　6.7倍

この場合，１回目でスキー板を買うより出費は大きくなるが，ずっとレンタルでいて１０倍の後悔をするよりはマシである。

しかし，ここで１つの後悔が考えられる．

この場合もスキー板を購入して，すぐやめてしまうかもしれない．

その場合６回目もレンタルしておけば，後悔しないことになる．

６回レンタルの場合を想定すると

3,000（円）　×　6（回）　＝　18,000（円）

上記のパターンと比べて

45，000（円）　－　18，000（円）　＝　27，000（円）

損失額はスキーに１回しか行かなかった場合と同じである．

しかし，なんとなく1回の時と比べると損した気分が軽い気がする．

倍率で考えると

実際の出費　　　　　　　　　６回レンタルの場合

45，000（円）　　　　÷　　　　　18，000（円）　　　＝　2.5（倍）

さらにもう１つの後悔が考えられる．

６回目でスキー板を買うのではなく，最初からスキー板を買っていた場合

実際の出費　　　　　　スキー板の値段

　45000（円）　　　　　　30,000（円）　　＝　1.5（倍）

比率から考えると後悔はそれほど大きくない．

つまり，このアイデアの最も不運なケースでの比は，２．５倍ということになる。

一番初めの１０倍という比から考えるとだいぶ比率が減ったことになる．

上記で議論された比を**競合比**と呼ぶ．

この問題の競合比を最小にする戦略を考えてみる．

まず値段を一般化して，スキー板の値段Xとレンタル料Yとし，これらの比X/Yがｒであるとすると，

ｋ回目のスキー旅行のとき（直前）にスキーを買うとすると，払う金額は

　　　　　　（ｋ－１）Y　＋　X

である．

この時に考えられる後悔は以下の２通りである．

・最初からスキーを買っておけば良かった

・ｋ回目以降スキーに行かなくなったので，ｋ回目にスキー板を買わなければ良かった

前者の場合の比

　　{（ｋ－１）Y　+　X}　／　X

後者の場合の比

　　{（ｋ－１）Y　+　X}　／　ｋY

この比が均衡するのは　X＝ｋY，つまり

　　ｋ　＝　X/Y　＝　ｒ

の時であり、比は

　　２－ｒ－1

である．

今回の場合

ｒ＝１０で，比率が１.９倍となる．

すなわち，最も後悔の少ない戦略は，１０回目にスキーを買うという戦略となる．

その時の競合比は，１.９倍

この競合比２－ｒ－１（１.９倍）をより良くすることは，上記のモデルを変えない限り不可能である．

言い方を変えれば，モデルを変えることによってさらなる改良が可能とも言える．